

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

(МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП)

возрастная группа (9 класс)

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

Класс. 9.

Условие задачи 9.1.

В ансамбле «Классики» выступают 40 танцоров - юноши и девушки. Известно, что среди любых 15 танцоров есть хотя бы одна девушка, а среди любых 27 танцоров есть хотя бы один юноша. Сколько юношей и сколько девушек танцуют в коллективе?

Условие задачи 9.2.

Дано квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$, имеющее дискриминант D . Найти корни данного уравнения x_1 и x_2 , если известно, что один из корней равен дискриминанту, а второй корень в два раза больше дискриминанта.

Условие задачи 9.3.

Пусть $a = 2023$. Найти

$$\sqrt{a + 24\sqrt{a - 144}} - \sqrt{a - 24\sqrt{a - 144}}.$$

Условие задачи 9.4.

Известно, что

$$\frac{x^2 y^2}{x^4 - 2y^4} = 1$$

(x, y – некоторые числа). Укажите все возможные значения, которые может принимать выражение

$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}.$$

Условие задачи 9.5.

Точка D делит пополам сторону AB треугольника ABC . Точка P , принадлежащая плоскости треугольника ABC такова, что выполняется равенство углов $\angle CAP = \angle CBP$. Точка M принадлежит стороне BC , точка K – стороне AC , $\angle PMB = \angle PKA = 90^\circ$. Докажите равенство длин отрезков KD и MD .