

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

(МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП)

возрастная группа (11 класс)

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

Класс. 11.

Условие задачи 11.1.

Решить уравнение

$$x^2 - x \cos xy + 3 = 2 \sin^2 xy + 2 \cos^2 xy.$$

Условие задачи 11.2.

Решить уравнение $x(x+1)(x+7)(x+8) = y^2$ в целых числах

Условие задачи 11.3

На заключительный этап олимпиады по криптографии прошло одиннадцатиклассников на 600 человек больше, чем десятиклассников. Программистов одиннадцатиклассников в 5 раз больше, чем

программистов десятиклассников. Математиков одиннадцатиклассников больше, чем математиков десятиклассников в m раз ($6 \leq m \leq 12, m \in N$).

Найдите общее число школьников, прошедших на заключительный этап олимпиады по криптографии, если математиков десятиклассников на 20 больше, чем программистов десятиклассников.

Условие задачи 11.4.

Найти наибольшее значение произведения $x^2y^2z^2u$ при условии, что $x, y, z, u \geq 0$ и $2x + xy + z + yzu = 1$

Условие задачи 11.5.

Дан остроугольный треугольник ABC . Точки D , E и F – основания высот из вершин A , B и C соответственно. Прямая EF и описанная окружность ABC пересекаются в точке P такой, что F находится между E и P . Прямые BP и DF пересекаются в точке Q . Докажите, что если $ED = EP$, то CQ и DP параллельны.