

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

(МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП)

возрастная группа (8 класс)

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

Класс. 8.

Условие задачи 8.1.

Жители далекой планеты обожают рисовать четырехугольники. Зеленый житель посмотрел на три четырехугольника, которые появились на асфальте за последние 10 минут и сказал: «Здесь по крайней мере две трапеции». Синий житель возразил: «На асфальте нарисованы по крайней мере два прямоугольника». Оранжевый житель посмотрел на асфальт, подумал и заявил: «На асфальте - по крайней мере два ромба». Докажите, что среди нарисованных на асфальте за последние 10 минут трех четырехугольников есть квадрат при условии, что один житель сказал неправду, а остальные – чистую правду.

Условие задачи 8.2.

Известно, что выполняется равенство: $\text{НОД}(m, n) + \text{НОК}(m, n) = mn/2$, где n и m – натуральные числа.

Найдите всевозможные значения пар чисел n и m .

Условие задачи 8.3.

Ослик Иа-Иа посмотрел на часы, висевшие на перилах мостика, и отметил, что был только второй час дня. До встречи с Винни Пухом оставалось еще очень много времени. Ослик начал грустно смотреть на разноцветные листья, выплывающие из-под моста. Ровно через 60 минут раздался веселый голос медвежонка Винни Пуха. Иа-Иа машинально взглянул на часы и его поразило, что между минутной и часовой стрелками угол оставался тем же самым, как и при первом взгляде на часы. Когда ослик Иа-Иа начал любоваться листьями?

Условие задачи 8.4.

В 8 классе учатся 42 школьника и любые два ученика имеют не менее 10 общих друзей среди одноклассников. Классный руководитель предполагает, что точно можно найти двух учеников этого класса, которые имеют не менее двенадцать общих друзей среди всех учеников этого отряда. Докажите это.

Условие задачи 8.5.

Дан четырехугольник $MNPQ$, причем вершины P и Q находятся по одну сторону от прямой MN . На стороне MN находится точка R , образуя равнобедренный треугольник RNP : $RP=NP$. Углы RPN , MRQ , MPQ равны 80° градусам. Найдите угол QMP .