СТАВРОПОЛЬСКИЙ КРАЙ
Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2023–2024 учебного года
ФИЗИКА
(решения)

11 класс

Задача 1

Идеальный газ совершает следующий циклический процесс: первоначально газ имеет температуру, давление и объем, равные соответственно T_0, p_0, V_0; затем газ нагревают при постоянном объеме пока его давление не станет равным αp_0, где $\alpha>1$; далее газ расширяется адиабатически (при количестве теплоты Q, равном нулю) пока его давление не станет вновь равным p_0; после чего газ охлаждается при постоянном давлении до первоначального состояния. Показатель адиабаты определяется как отношение молярных теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме $\gamma = c_p / c_v$. Определите КПД цикла (отношение полезной работы газа к полученному количеству теплоты), выразив его через α и γ. При адиабатическом процессе описанного цикла были проведены измерения давления и температуры газа, результаты которых представлены в таблице.

Давление	$1{,}21p_0$	$1{,}41p_0$	$1{,}59p_0$	$1{,}73p_0$	$2{,}14p_0$
Температура	$2{,}11T_0$	$2{,}21T_0$	$2{,}28T_0$	$2{,}34T_0$	$2{,}49T_0$

Предложите способ определения показателя адиабаты на основе представленных данных и найдите его значение.

Решение.

Обозначим начальные точки процессов цикла соответственно 0, 1, 2. Из уравнения Менделеева–Клапейрона следует, что $T_1=\alpha T_0$. Для адиабатического процесса запишем:

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$$

$$\alpha p_0 V_1^{\gamma} = p_0 V_2^{\gamma}$$

откуда

$$V_2 = V_1 \alpha^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона $T_2 = T_0 \alpha^{\frac{1}{\gamma}}$. Газ получает тепло при изохорном процессе:

$$Q_1 = \nu c_v \Delta T = \nu c_v \left(\alpha - 1\right) T_0,$$

и отдает тепло в изобарном процессе:

$$Q_2 = \nu c_p \Delta T = \nu c_p \left(\alpha^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) T_0 .$$

Совершенная газом работа равна разности этих двух величин. Тогда можно определить КПД:

$$\eta = \frac{c_v(\alpha - 1) - c_p\left(\alpha^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right)}{c_v(\alpha - 1)} .$$

Отсюда легко получить

$$\eta = 1 - \gamma \frac{\alpha^{1/\gamma} - 1}{\alpha - 1} .$$

Для определения показателя адиабаты можно применить графический метод. Для адиабатического процесса имеем:

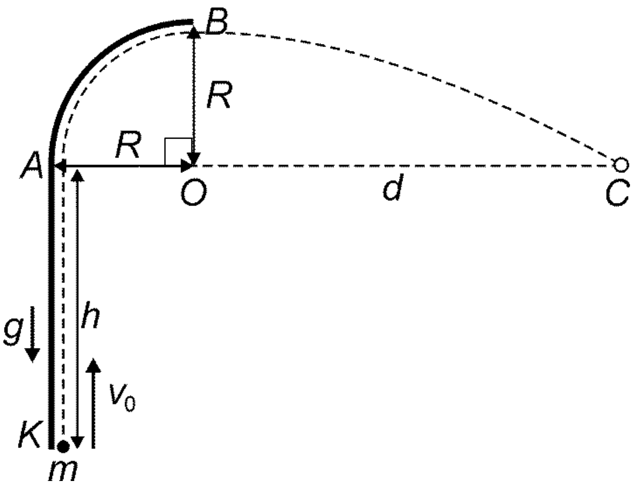
$$pT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = const .$$

Отсюда следует, что, если построить график процесса в логарифмических осях ($\log P$ от $\log T$), то это будет линейная зависимость, угловой коэффициент которой будет равен $\gamma/(\gamma-1)$. Используя табличные данные, можно получить γ=7/5.

Примерные критерии оценивания.

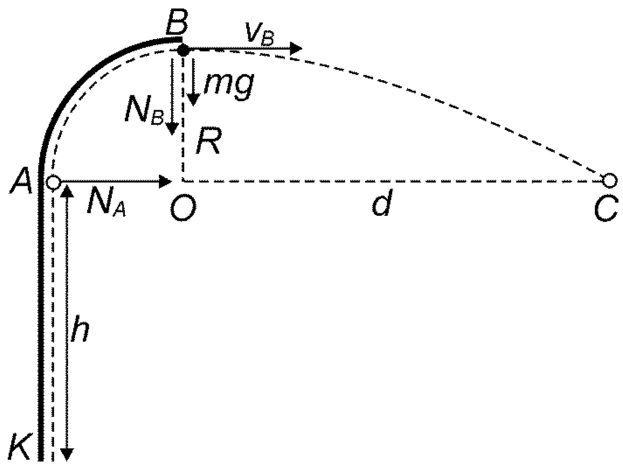
1. Правильно записаны уравнения Менделеева–Клапейрона и Пуассона – 1 балл
2. Получено выражение для КПД – 4 балла
3. Предложен правильный метод определения γ:
   a. графический метод – 3 балла
   b. другой метод – 1 балл
4. Полученный численный результат для γ, близкий к правильному – 2 балла.

Задача 2



Точечный объект массы m начинает движение из точки K вертикального трека, изображенного на рисунке. Объект свободно скользит без трения вдоль всего трека и, достигнув точки B, далее в режиме свободного падения попадает в точку C. Определить начальную скорость объекта в точке K. Каково минимальное расстояние $OC = d$, при котором объект всё ещё способен пройти вдоль всего трека? Определить силу реакции опоры, действующую со стороны трека на объект, в точках A и B? При решении использовать следующие значения параметров задачи: R = 1 м, h = 2 м, d = 3 м, m = 0,5 кг, g = 10 м/с^2.

Решение.



Покидая трек в точке B, объект будет иметь горизонтально направленную скорость v_B. Чтобы достигнуть точки C, объект пройдет путь d в горизонтальном направлении и R в вертикальном:

$$v_B t = d,$$

$$R = \frac{g}{2}t^2.$$

Исключая из последних равенств t, получим

$$v_B = d\sqrt{\frac{g}{2R}}.$$

Скорость в точке K найдем, воспользовавшись законом сохранения механической энергии:

$$\frac{1}{2}mv_K^2 = mg\left(h+R\right)+\frac{1}{2}mv_B^2.$$

Подставляя v_B, для v_K получим

$$v_K = \sqrt{2g\left(h+R\right)+\frac{d^2 g}{2R}} = 10,25\ \text{м/с}.$$

Силу реакции опоры в точке B нейдем из баланса сил:

$$N_B + mg = m\frac{v_B^2}{R},$$

где v_B^2/R – центробежное ускорение объекта в точке B. Отсюда

$$N_B = m\frac{v_B^2}{R} - mg = mg\left(\frac{d^2}{2R^2} - 1\right) = 27{,}5 \text{ Н}.$$

На прямолинейном вертикальном участке траектории сила реакции опоры равнялась нулю. Сила реакции возникает, кода тело достигает точки A. В этой точке имеет место равенство:

$$N_A = m\frac{v_A^2}{R}.$$

Для определения v_A воспользуемся законом сохранения энергии:

$$\frac{mv_A^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2} = mgR,$$

откуда

$$v_A^2 = 2Rg + \frac{d^2 g}{2R}.$$

Тогда для силы реакции опоры в точке A получим:

$$N_A = mg\left(\frac{d^2}{2R^2} + 2\right) = 32{,}5 \text{ Н}.$$

Рассмотрим движение объекта по дуге AB. Условием отрыва тела от поверхности трека является равенство нулю силы реакции опоры. Поэтому, для того чтобы объект прошел вдоль всего трека необходимо выполнение условия $N_B \geq 0$ в конечной точке трека. Отсюда, используя полученное выше выражение для N_B, можно определить минимальное расстояние d, при котором объект пройдет весь трек:

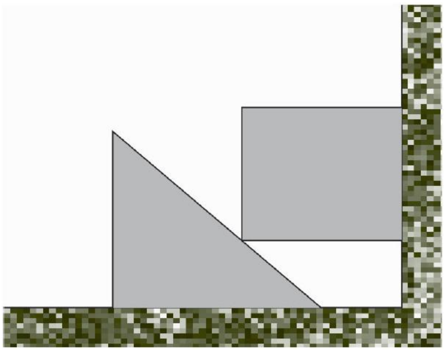
$$d_{\min} = R\sqrt{2} = 1{,}41 \text{ м}.$$

Примерные критерии оценивания:

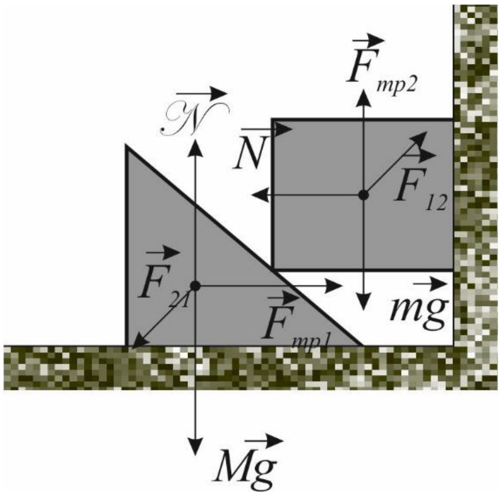
1. Определена начальная скорость – 3 балла.
2. Найдены силы реакции опоры в точках A и B – 3 балла
3. Определено минимальное расстояние d – 4 балла.

Задача 3

Параллелепипед массой m одной своей гранью упирается в стену, а одним из ребер в грань треугольной призмы массой M (см. рис.). Система удерживается в покое. С каким ускорением начнет двигаться призма, если верхнее тело перестать удерживать? Тела сделаны из одного и того же материала. Коэффициент трения материала призмы об основание μ.



Решение.



Второй закон Ньютона для обоих тел имеет вид:

$$\overrightarrow{F_{mp2}} + \vec{N} + m\vec{g} + \overrightarrow{F_{12}} = m\overrightarrow{a_2};$$

$$M\vec{g} + \vec{\mathbb{N}} + \overrightarrow{F_{21}} + \overrightarrow{F_{\text{тр}1}} = M\overrightarrow{a_1}.$$

Учитывая, что $F_{12} = F_{21} = F$, после проецирования получаем:

$$F\,sin\,\alpha = N;$$

$$mg - F_{\text{тр}2} - F\,cos\,\alpha = ma_2;$$

$$Mg + F\,cos\,\alpha = \mathbb{N};$$

$$F\,sin\,\alpha - F_{mp1} = Ma_1.$$

Исключая из системы F, получаем:

$$\frac{mg - ma_2}{Ma_1 + \mu Mg} = \frac{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}.$$

Т.к. система тел связана, то $a_2 = a_1 \mathrm{tg}\alpha$, тогда:

$$g(m\frac{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} - \mu M) = a_1(m\mathrm{tg}\alpha\frac{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} + M).$$

или

$$a_1 = \frac{km - \mu M}{km\,\mathrm{tg}\alpha + M},$$

где $k = \dfrac{\cos\alpha + \mu \sin\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}$.

Примерные критерии оценивания:

1 Сделан верный рисунок, на котором правильно расставлены силы и кинематические характеристики – 2

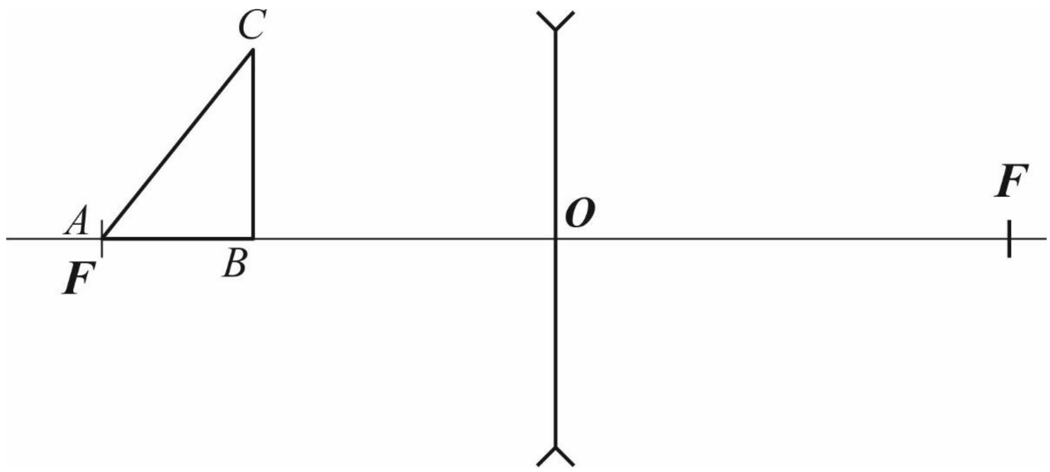
2 Записана система уравнений – 2

3 Получено уравнение кинематической связи ускорений – 2

4 Решена система уравнений и получен верный ответ – 4

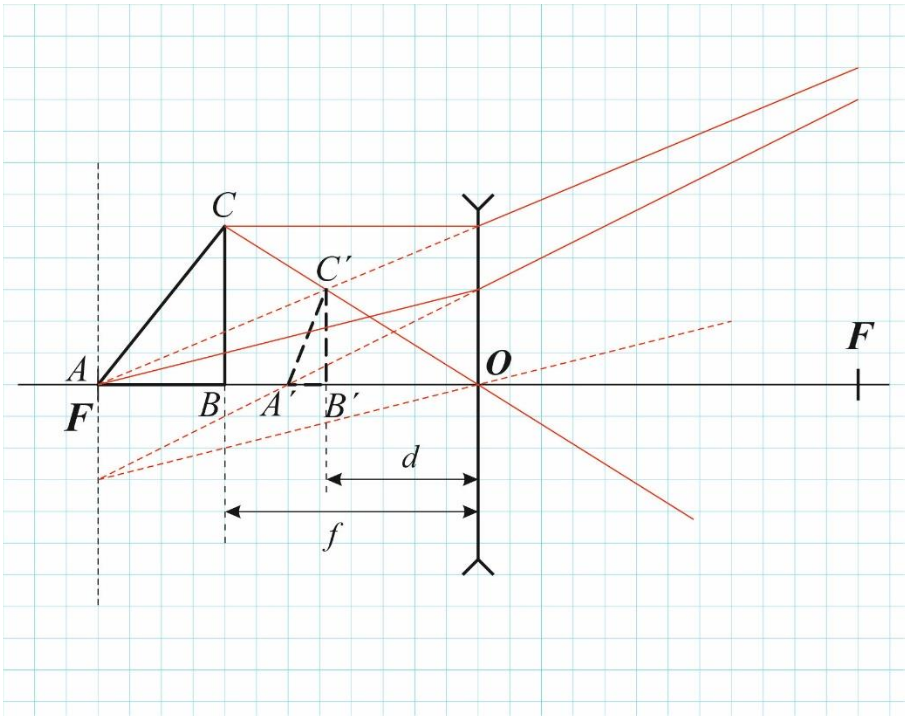
Задача 4

Во сколько раз площадь изображения треугольника меньше площади самого треугольника ABC, если известно, что $AB = a = 0{,}1F$ (см. рис.).



Решение

Вначале по правилам построения изображений в рассеивающей линзе построим изображение треугольника A’B’C’.



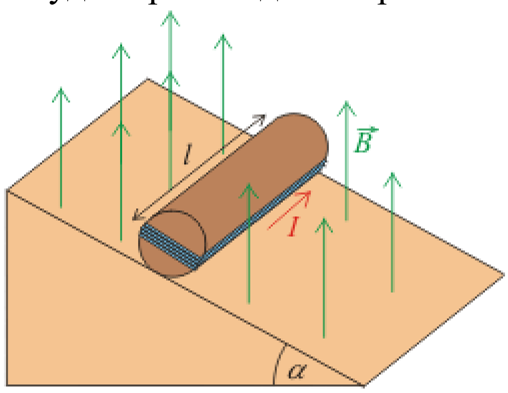
Введем дополнительные обозначения: $BC = b$, $A'B' = a'$, $B'C' = b'$. Искомая величина может быть найдена из соотношения площадей $\alpha = \dfrac{ab}{a'b'}$. Из рисунка несложно видеть, что $\dfrac{b}{b'} = \dfrac{f}{d}$. При этом $f = F - a$. Величину d можем найти, используя формулу тонкой линзы: $d = \dfrac{F(F-a)}{2F-a}$. Из рисунка видно, что $a' = F/2 - d = \dfrac{Fa}{2(2F-a)}$. Теперь легко определить, что $\alpha = \dfrac{2(2F-a)^2}{F^2} = 2\left(2 - \dfrac{a}{F}\right)^2$.
Учитывая данные задачи получаем: $\alpha = 2 \cdot 1{,}9^2 = 7.22$.

Примерные критерии оценивания

1. Проведены верные построения – 4
2. Дана идея расчета отношения – 1
3. Получена формула для расчета увеличения – 4
4. Проведены расчеты и получены верные результаты – 1

Задача 5

Цилиндр массой $m = 250$ г и длиной $l = 10$ см помещен на наклонную плоскость с углом наклона α = 30°. Вокруг цилиндра в продольном направлении намотана проволочная обмотка в 10 витков. Цилиндр находится в магнитном поле с индукцией B = 0,5 Т. Магнитное поле ориентировано вертикально, как показано на рисунке. Определите минимальную силу электрического тока, протекающего через обмотку, при которой движение цилиндра вниз по наклонной плоскости не будет происходить. Проскальзывание отсутствует.

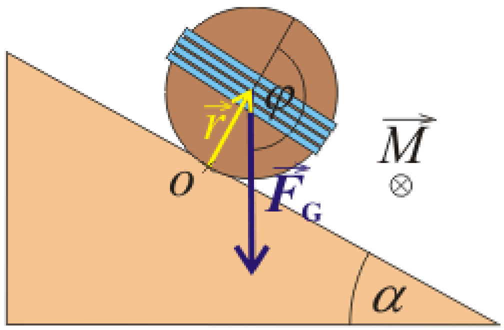


Решение.

Действием силы тяжести F_G вызывает скатывание цилиндра по наклонной плоскости. Момент силы тяжести выражается следующим образом

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F_G},$$

где длина плеча равна радиусу основания цилиндр.



Направление вращающего момента определяется правилом правой руки, момент направлен перпендикулярно изображению от зрителя. Величина момента сил равна

$$M = rF_G \sin\varphi,$$

где φ - угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F_G}$. Величина $\sin\varphi$ совпадает с величиной $\sin\alpha$. Подставляя выражение для силы тяжести, момент сил можно записать в виде:

$$M = rmg\sin\alpha.$$

Чтобы цилиндр оставался в покое, момент механических сил должен быть скомпенсирован моментом магнитных сил $M = M_m$

Силы, действующие на короткие стороны прямоугольника обмотки (стороны, параллельные рисунку), имеют одинаковые величины, но противоположные направления. Эти силы перпендикулярны плоскости изображения, и их точки приложения лежат на одной линии, вследствие чего они взаимно уравновешивают друг друга и не создают суммарного момента силы. Тогда силы, действующие на короткие стороны обмотки можно далее не учитывать.

Величины сил, действующих на стороны обмотки, перпендикулярные рисунку, равны и имеют противоположные направления. Поэтому эти силы не могут привести цилиндр в поступательное движение. Однако эти силы не лежат на одной прямой, поэтому они создают ненулевой конечный момент сил. Это случай так называемой пары сил – системы сил с результирующим моментом, но без результирующей силы. Момент пары не зависит от выбора оси вращения.

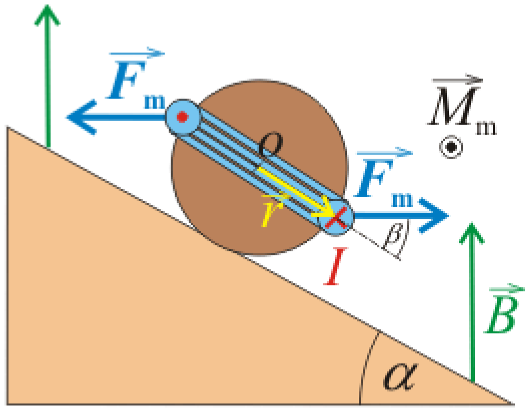
Направление тока, проходящего через перпендикулярную к рисунку часть обмотки, образует прямой угол с вектором магнитной индукции. Величина магнитной силы, действующей на проводник длиной l, равна:

$$F_1=F_2=BIl.$$

Обмотка содержит N витков провода. Поэтому конечная сила, действующая на одну сторону обмотки, равна:

$$F_{\mathrm{m}}=NBIl.$$

Ни величина, ни направление этой силы не изменяются при вращении цилиндра.



Моменты обеих магнитных сил имеют одинаковое направление (перпендикулярно рисунку в направлении зрителя). Они перпендикулярны плоскости, заданной обеими силами. Суммарный момент равен:

$$M_{\mathrm{m}}=2rF_{\mathrm{m}}\sin\beta,$$

где β – угол между вектором $\vec{r}$ и магнитной силой $\overrightarrow{F_m}$. Этот угол изменяется при вращении цилиндра. Максимальное значение $\sin\beta$ имеет место при вертикальном положении катушки, т.е. $\beta = 90°$ и $\sin\beta = 1$. В этом положении значение момента, действующего на катушку, будет максимальным. После этого мы можем выразить минимальный электрический ток, проходящий через катушку.

Подставив значение магнитной силы F_{m}, получим выражение для максимального значения момента $M_{\max}$:

$$M_{\max}=2rBlIN.$$

Значение момента силы тяжести должно быть равно максимальному значению момента магнитной силы

$$rmg\sin\alpha=2rBlIN.$$

Теперь мы можем выразить неизвестный электрический ток I:

$$I=\frac{mg\sin\alpha}{2BlN}.$$

Подставляя исходные данный найдем, что сила тока равна 1,2 А.

Примерные критерии оценивания:

1. Указано равенство моментов сил в качестве условия равновесия – 2 балла;
2. Записаны выражения для магнитного и механического моментов сил – 2 балла;
3. Получено выражение для минимальной силы тока – 4 балла;
4. Получен искомый численный ответ – 2 балла.