СТАВРОПОЛЬСКИЙ КРАЙ
Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2023–2024 учебного года
ФИЗИКА
(решения)
9 класс

1. **Вертикальное движение.** Тело, брошенное вертикально вверх, проходит некоторую точку на высоте H дважды, в различные моменты времени t_1 и t_2, такие что их произведение равно $t_1 t_2 = 2$ с^2. Найти эту высоту H. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Возможное решение:

Высота H определяется по формуле

$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Представим это выражение в виде квадратного уравнения:

$$\frac{g}{2}t^2 - v_0 t + H = 0.$$

Корни этого уравнения:

$$t_1 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 4\frac{g}{2}H}}{2\frac{g}{2}} = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2gH}}{g},$$

$$t_2 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 - 2gH}}{g}.$$

Отсюда

$$t_1 t_2 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2gH}}{g} \cdot \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 - 2gH}}{g} = \frac{v_0^2 - \left(v_0^2 - 2gH\right)}{g^2} =$$

$$= \frac{2gH}{g^2} = \frac{2H}{g}.$$

Следовательно,

$$H = \frac{g t_1 t_2}{2}.$$

Вычисление:

$$H = \frac{10 \cdot 2}{2} = 10\ (\text{м}).$$

Ответ: $H = 10$ м.

Критерии оценивания.

№	критерий	баллы
1.	Записано выражение для перемещения при равноускоренном движении	1
2.	Использована или выведена теорема Виета	2
3.	Получено выражение для высоты	5
4.	Получен численный ответ	2
итого:		**10**

2. **Курсирующий катер.** Два теплохода плывут навстречу друг другу по реке, скорость течения которой равна u. В некоторый момент времени, когда один из теплоходов проплывал мимо пункта A, а другой мимо пункта B, из пункта A в пункт B отплыл быстроходный катер, который стал курсировать между теплоходами вплоть до их встречи. Определить путь L_x относительно берега, который проплывет катер. Расстояние от A до B вдоль берега реки равно L. В стоячей воде скорость каждого из теплоходов равна υ, а катера равна V. Пункт A находится выше пункта B по течению реки.

Возможное решение:

Средняя скорость катера υ_{cp} на участке реки от одного теплохода до другого и обратно – величина постоянная. Поэтому искомый путь, пройденный катером, равен произведению этой скорости на общее время его курсирования: $L = t_0 2\upsilon.$

Найдем υ_{cp} . Время, затраченное катером на путь до первой встречи с теплоходом B, равно:

$$t_1 = \frac{L}{\upsilon + V}.$$

Пусть катер отплывет по течению реки, тогда за время t_1 он преодолеет расстояние

$$L_1 = t_1\left(V + u\right) = L\frac{V + u}{\upsilon + V},$$

а вышедший вместе с ним теплоход A проплывет расстояние

$$L_T = t_1\left(\upsilon + u\right) = L\frac{\upsilon + u}{\upsilon + V}.$$

Когда катер повернул обратно, расстояние между ним и теплоходом A составляло:

$$L_{KT} = L_1 - L_T = t_1\left(\left(V + u\right) - \left(\upsilon + u\right)\right) = L\frac{V - \upsilon}{\upsilon + V}$$

На путь до встречи с теплоходом A потребовалось время

$$t_2 = \frac{L_{KT}}{\upsilon + V} = L\frac{V - \upsilon}{\left(\upsilon + V\right)^2}.$$

За это время катер проплыл расстояние

$$L_2 = t_2\left(V - u\right) = L\frac{\left(V - u\right)\left(V - \upsilon\right)}{\left(V + \upsilon\right)^2}$$

Средняя скорость катера

$$\upsilon_{cp} = \frac{L_1 + L_2}{t_1 + t_2} = \frac{V^2 + u\upsilon}{V}.$$

Из этой формулы видно, что средняя скорость катера относительно берегов не зависит от расстояния между теплоходами. Отсюда находим искомый путь:

$$L_x = \upsilon_{cp} t_0 = L \frac{V^2 + u\upsilon}{2\upsilon V}$$

Если бы катер отплывал против течения реки, то во всех формулах следовало бы заменить u на $-u$. В этом случае

$$L_x = \upsilon_{cp} t_0 = L \frac{V^2 - u\upsilon}{2\upsilon V}.$$

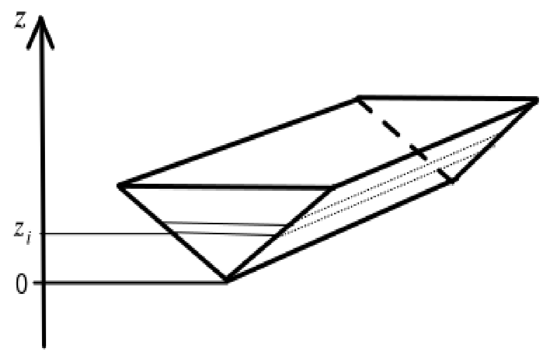
Критерии оценивания.

№	**критерий**	**баллы**
1.	Записано выражение для t_0	1
2.	Записано выражение для t_1	1
3.	Записано выражение для L_1	1
4.	Записано выражение для t_2	1
5.	Записано выражение для L_2	1
6.	Получено выражение для средней скорости катера	1
7.	Полученный окончательный численный ответ	2
8.	Рассмотрен случай начального движения катера против течения	2
итого:		**10**

3. **Странный сосуд.** Сосуд с водой имеет форму трехгранной призмы, нижнее ребро и верхняя грань которой горизонтальны (рис.1). В начальный момент времени температура воды линейно зависит от высоты. В самой нижней точке температура воды $t_1 = 4^0 C$, а на поверхности она достигает $t_2 = 13^0 C$. С течением времени температура во всем сосуде выровнялась. Вычислите значение установившейся температуры t_0. Считайте, что стенки сосуда и крышка (верхняя грань) не проводят и не поглощают тепло.

Возможное решение:

Разобьем воду в сосуде на n горизонтальных слоев с массами $m_1, \ldots, m_n$ и запишем уравнение энергетического баланса ($t_0 -$ установившаяся температура):



$$c\left(m_1 t_1 + \ldots + m_n t_n\right) = c\left(m_1 + \ldots + m_n\right) t_0$$

где c - теплоемкость воды,
откуда

$$t_0 = \frac{m_1 t_1 + \ldots + m_n t_n}{m_1 + \ldots + m_n}$$

По условию, температура каждой из масс линейно зависит от ее высоты: $t_i = A + Bz_i$. Обозначим высоту сосуда через h. Так как известна температура у основания и на поверхности воды, то можно определить неизвестные коэффициенты *A* и *B*:

$$t_1 = A + B \cdot 0, \quad t_2 = A + B \cdot h,$$

откуда $A = t_1, \quad B = \dfrac{t_2 - t_1}{h}$.

Тогда для конечной температуры получим

$$t_0 = \frac{m_1 \left(A + Bz_1 \right) + \ldots + m_n \left(A + Bz_n \right)}{m_1 + \ldots + m_n} = A + \frac{m_1 z_1 + \ldots + m_n z_n}{m_1 + \ldots + m_n} B.$$

Заметим, что коэффициент перед *B* является координатой z_C по оси *Z* центра масс. Как известно, центр масс треугольника находится на пересечении медиан, которые делятся этой точкой в отношении 2:1, если считать от вершины. Следовательно, $z_C = h\dfrac{2}{3}$ и окончательно

$$t_0 = A + \frac{2}{3} hB = t_1 + \frac{2}{3} \frac{t_2 - t_1}{h} = 10^0 C.$$

Критерии оценивания.

№	**критерий**	**баллы**
1.	Записано уравнение энергетического баланса	2
2.	Определен коэффициент *A*	1
3.	Определен коэффициент *B*	1
4.	Определено значение z_C	2
5.	Получена окончательная формула для t_0	2
6.	Получен численный ответ	2
итого:		**10**

4. **Нагревательный элемент.** На дне калориметра закреплен тонкий плоский нагревательный элемент, а на некотором уровне над ним – терморезистор, сопротивление которого R зависит от температуры t, выраженной в градусах Цельсия по закону $R = R_0(1+\alpha t),$ где R_0 и α не зависят от температуры. Параметр α называется температурным коэффициентом сопротивления. В калориметре находится лед. Его удельная теплота плавления $\lambda = 340 \, кДж/кг$. Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \, Дж/кг \cdot {}^0C$. Если сила тока через нагревательный элемент равна I_0, то сопротивление R будет изменяться со временем так, как показано на графике рис. 2. Определите α. Как изменится график зависимости $R(\tau)$ при силе тока через нагреватель $I = 1,41 I_0$.

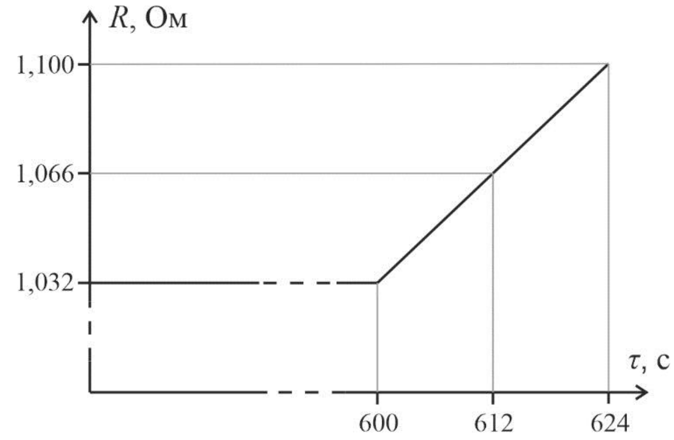


Рис. 2.

Возможное решение:

Горизонтальный участок графика соответствует процессу плавления льда, наклонный – нагреванию воды. Согласно приведенной формуле, можем записать:

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_0}\frac{1}{\Delta t}$$

Отношение

$$\frac{\Delta R}{R_0} \approx 0,066$$

Для заданного интервала времени $\Delta\tau = \tau - \tau_{пл} = 24c$ найдем из графика (где $\tau_{пл} = 600c$ - время плавления льда; $\tau = 624c$ - время окончания эксперимента). Произошедшее за это время изменение температуры воды определим из следующих соображений.

Как видно из графика, начальная температура льда равна 0^0C, потому что на начальном участке сопротивление терморезистора, а значит, и температура не меняются. Теплообмен калориметра с окружающей средой отсутствует, так как при нагреве воды сопротивление терморезистора, а значит, и температура возрастают со временем по линейному закону. Поэтому

$$Q_{пл} = \lambda m, \quad Q_{нагр} = cm\Delta t,$$

Поскольку мощность нагревательного элемента постоянна, мы можем записать:

$$P_{пл} = \frac{Q_{пл}}{\tau_{пл}}, \quad P_{нагр} = \frac{Q_{нагр}}{\tau - \tau_{пл}}, \quad P_{нагр} = P_{пл}.$$

Из этих формул следует:

$$\frac{m\lambda}{\tau_{пл}} = \frac{cm\Delta t}{\tau - \tau_{пл}},$$

откуда

$$\Delta t = \frac{\lambda}{c} \frac{\tau - \tau_{пл}}{\tau_{пл}}.$$

Следовательно, искомая величина

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_0} \frac{1}{\Delta t} = \frac{\Delta R}{R_0} \frac{c}{\lambda} \frac{\tau_{пл}}{\tau - \tau_{пл}} \approx 0,020^0 C^{-1}.$$

При силе тока нагревателя $I = 1,41 I_0$ его мощность возрастает в 2 раза. Следовательно, лед расплавится за время $\tau_{пл2} = 300c.$ Относительное изменение сопротивления терморезистора $\frac{\Delta R}{R_0}$ произойдет за время $\tau_2 = 12c.$

Критерии оценивания.

№	критерий	баллы
1.	Проведен анализ графика	1
2.	Учтено постоянство тепловой мощности	1
3.	Определено из графика отношение $\frac{\Delta R}{R_0}$	1
4.	Учтено равенство мощностей в процессах нагревания и плавления	1
5.	Получено выражение для Δt	2
6.	Получено выражение и значение α	2
7.	Сформулирован вывод об изменении времени процессов при увеличении силы тока в нагревателе.	1
8.	Описан или построен график зависимости сопротивления от времени при увеличении силы тока в нагревателе.	1
итого:		**10**

5. **Сложная цепь.** На рисунке 3 изображена цепь, содержащая идеальный амперметр *A*, резисторы сопротивлениями R и $2R$, ключи *K1* и *K2*. Цепь подключена к источнику постоянного напряжения U. Какую силу тока будет показывать амперметр при различных комбинациях замкнутых и разомкнутых ключей *K1* и *K2*? Какими будут направления тока на участке BD в этих случаях? В каком случае показания амперметра окажутся максимальными?

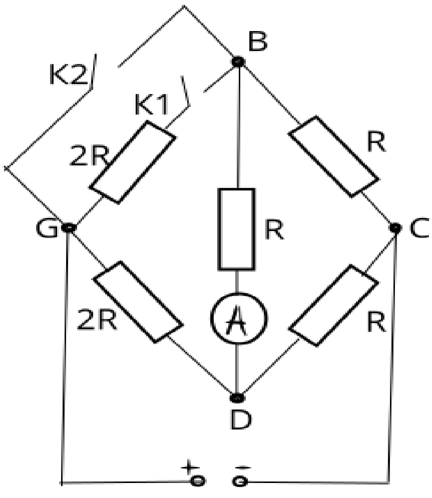


Рис. 3

Возможное решение:

Комбинация 1. Ключ *K1* замкнут, ключ *K2* разомкнут.
В этом случае в плечо *GB* включен резистор сопротивлением *2R* и схема симметрична относительно участка *GC*. Следовательно, $I_1 = 0$.

Комбинация 2. Ключи К1 и К2 разомкнуты.
Эквивалентная схема изображена на рисунке *а*. Сопротивление *r* участка цепи, обведенного пунктирной линией, найдем из условия

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R},$$

откуда

$$r = \frac{2}{3}R.$$

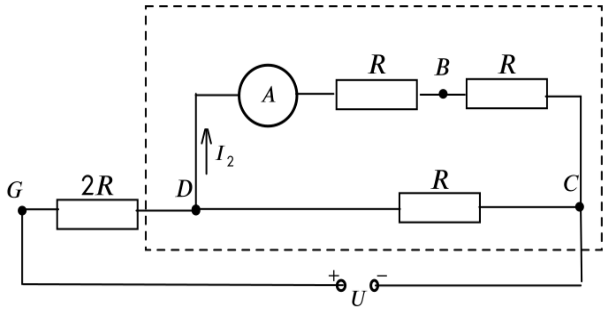


Рис. а

На участке *DC* напряжение

$$U_{DC} = \frac{U}{2R + r}r = \frac{U}{4}$$

Показания амперметра

$$I_2 = \frac{U_{DC}}{2R} = \frac{U}{8R}$$

Направление тока от узла *D* к узлу *B*.
Комбинация 3: Ключ *K2* замкнут (положение ключа *K1* произвольное).
Эквивалентная схема изображена на рисунке *б*. Сопротивление участка цепи, обведенного пунктирной линией, равно:

$$r = \frac{2}{3}R.$$

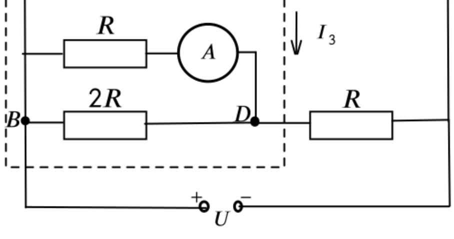


Рис. б

На участке *BD* напряжение

$$U_{BD} = \frac{U}{R+r} r = \frac{2}{5} U$$

Показания амперметра

$$I_3 = \frac{U_{BD}}{R} = \frac{2U}{4R}.$$

Направление тока от узла *B* к узлу *D*. Легко видеть, что $I_3 > I_2$.

Критерии оценивания.

№	**критерий**	**баллы**
1.	Приведена эквивалентная схема для случая разомкнутых ключей	1
2.	Получен результат для случая разомкнутых ключей	1
3.	Приведена эквивалентная схема для случая разомкнутого ключа К1 и замкнутого ключа К2	1
4.	Получен результат для случая разомкнутого ключа К1 и замкнутого ключа К2	1
5.	Приведена эквивалентная схема для случая замкнутого ключа К1 и разомкнутом ключе К2	1
6.	Получен результат для случая замкнутого ключа К1 и разомкнутого ключа К2	1
7.	Приведена эквивалентная схема для случая замкнутых ключей К1 и К2	1
8.	Получен результат для случая замкнутых ключей К1 К2	1
9.	Указаны верные направления токов и определены силы тока	2
итого:		**10**