

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
возрастная группа 10 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания. Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Задача 1.

Вычислить $\sqrt[3]{6 + \sqrt{\frac{847}{27}}} + \sqrt[3]{6 - \sqrt{\frac{847}{27}}}$

Задача 2.

На факультет от выпускников этого года подано на 600 заявлений больше, чем от выпускников прошлых лет. Девушек среди выпускников этого года в 5 раз больше, чем девушек среди выпускников прошлых лет. А юношей среди выпускников этого года больше, чем юношей среди выпускников прошлых лет, в n раз ($6 \leq n \leq 12, n \in \mathbb{N}$). Определить общее число заявлений, если среди выпускников прошлых лет юношей на 20 больше, чем девушек.

Задача 3.

Построить график функции $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x - 1} + \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2} + \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$.

Задача 4.

Дан треугольник ABC. Определить на плоскости множество таких точек M, что площади треугольников ABM и BMC равны

Задача 5.

При каких a и b система уравнений

$$\begin{cases} a^2x - by = a^2 - b^2 \\ bx - b^2y = 2 + 4b \end{cases} \text{ имеет бесконечно много решений?}$$